Lineární funkce

Definice: Lineární funkcí se nazývá každá funkce $y = ax + b$, kde $a, b \in R$.

Graf: Grafem lineární funkce je přímka

Speciální případy lineární funkce:

- **konstantní funkce** je speciální případ lineární funkce pro $a = 0, b \in R$, tj. funkce $y = b$. Grafem je přímka rovnoběžná s osou x.
- **přímá úměrnost** je speciální případ lineární funkce pro $a \in R - \{0\}, b = 0$, tj. funkce $y = ax$. Grafem je přímka procházející počátkem.

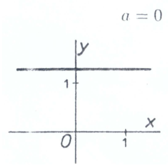
Vlastnosti lineární funkce $y = ax + b$, kde $a, b \in R$:

Definiční obor je R.

$a = 0$

$H_f = \{b\}$

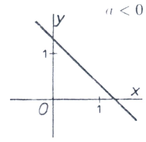
Není prostá, a tedy není ani rostoucí, ani klesající.
Je omezená.
V každém $x \in R$ má maximum i minimum.



$a < 0$

$H_f = R$

Je klesající v R. (je prostá)
Není ani shora ani zdola omezená.
Nemá ani maximum ani minimum.



$a > 0$

$H_f = R$

Je rostoucí v R. (je prostá)
Není ani shora ani zdola omezená.
Nemá ani maximum ani minimum.

Příklady:

$f: 2x - 3; x \in \langle 3; 4)$

$g: y = \frac{1}{2}x - 2$

$h: y = 4 - |x|$

$l: y = |x-3| - 3|1-x| + x + 2$

$k: y = |2x-1| + 3|x+2| - 2$

Kvadratická funkce

Definice: Kvadratickou funkcí se nazývá každá funkce $y = ax^2 + bx + c$, kde $a \in R - \{0\}; b, c \in R$.

Graf: Grafem kvadratické funkce je parabola.

Příklady:

$f: y = 3x^2 - 8x + 1$

$g: y = -2x^2 + 6x - 1$

$h: y = x^2 - |2x - 1|$

$l: y = |x^2 - 4| - x$

$k: y = x^2 - 4x - 5$

Vlastnosti kvadratické funkce $y = ax^2$, $a \in R - \{0\}$:

Definiční obor je R.

Je sudá.

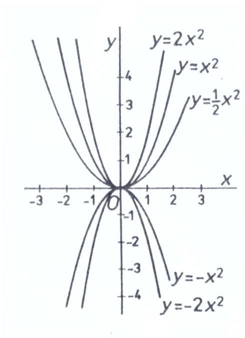
$a > 0$

$H_f = \langle 0; +\infty)$

Je klesající v intervalu $(-\infty; 0\rangle$,

rostoucí v intervalu $\langle 0; +\infty)$.

Je zdola omezená, není shora omezená.
V bodě 0 má ostré minimum.



$a < 0$

$H_f = (-\infty; 0\rangle$

Je rostoucí v intervalu $(-\infty; 0\rangle$, klesající v intervalu $\langle 0; +\infty)$.

Je shora omezená, není zdola omezená.
V bodě 0 má ostré maximum.

Vlastnosti kvadratické funkce $y = ax^2 + bx + c$, **kde** $a \in R - \{0\}; b, c \in R$.

Definiční obor R.

$a > 0$

$H_f = \left\langle c - \frac{b^2}{4a}; +\infty \right)$

Je rostoucí v intervalu $\left\langle -\frac{b}{2a}; +\infty \right)$,

klesající v intervalu $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right\rangle$.

Je zdola omezená, není shora omezená.

V bodě $x = -\frac{b}{2a}$ má ostré minimum.

$a < 0$

$H_f = \left(-\infty; c - \frac{b^2}{4a}\right\rangle$

Je rostoucí v intervalu $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right\rangle$,

klesající v intervalu $\left\langle -\frac{b}{2a}; +\infty \right)$.

Je shora omezená, není zdola omezená.

V bodě $x = -\frac{b}{2a}$ má ostré maximum.